

Reg. No. :

Code No. : 20571 B Sub. Code : SMMA 11

B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, APRIL 2021.

First Semester

Mathematics — Main

CALCULUS

(For those who joined in July 2017 onwards)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

PART A — ($10 \times 1 = 10$ marks)

Answer ALL questions.

Choose the correct answer :

1. ஒரு வளைவரையின் வளைவு மையத்தின் நியமப் பாதை _____ ஆகும்.

(அ) நேர்கோடு (ஆ) வட்டங்கள்
(இ) செங்கோட்டுத்தழுவி (ஈ) பரவளையம்

The locus of the center of curvature for a curve is _____.

- (a) Straight line (b) Circles
(c) Evolute (d) Parabola

2. ஒரு வட்டத்தின் ஆரம் r எனில் அதன் வளைவு ஆரம் _____.

(அ) r (ஆ) $\frac{1}{r}$

(இ) r^2 (ஈ) $\frac{1}{r^2}$

If the radius of a circle is r , then its radius of curvature is

(a) r (b) $\frac{1}{r}$

(c) r^2 (d) $\frac{1}{r^2}$

3. ஒரு நெஞ்சு வளையின் p-r சமன்பாடு _____ ஆகும்.

(அ) $p^2 = r$ (ஆ) $p = r$

(இ) $p = r^2$ (ஈ) $p^2 = \frac{r^3}{2a}$

The p-r equation of the cardioid is _____.

(a) $p^2 = r$ (b) $p = r$

(c) $p = r^2$ (d) $p^2 = \frac{r^3}{2a}$

4. $y^2 = 4ax$ என்ற பரவளையத்திற்கு _____.

(அ) தொலைத்தொடுகோடு இருக்காது

(ஆ) ஒரு தொலைத்தொடுகோடு இருக்கும்

(இ) 4 தொலைத்தொடுகோடு இருக்கும்

(ஈ) இரண்டு தொலைத்தொடுகோடு இருக்கும்

The parabola $y^2 = 4ax$ has _____.

(a) no asymptotes (b) one asymptotes

(c) 4 asymptotes (d) two asymptotes

5. ஒரு வளைவரையின் இரு கிளைகள் ஒரு புள்ளி வழியே சென்றால் அந்த புள்ளி _____ புள்ளி ஆகும்.

(அ) தனித்த (ஆ) கணுப்

(இ) இரட்டைப் (ஈ) முகடு

If two branches of a curve pass through a point then it is called a _____ point.

(a) singular (b) node

(c) double (d) cusp

6. ஒரு புள்ளியானது கணுப்புள்ளி எனில் $(f_{xy})^2$ _____ $f_{xx}f_{yy}$.

(அ) < (ஆ) >

(இ) = (ஈ) ≠

A point is a node if $(f_{xy})^2$ _____ $f_{xx}f_{yy}$.

(a) $<$ (b) $>$

(c) $=$ (d) \neq

7. $\int_0^1 \int_0^2 xy^2 dy dx =$ _____.

(A) $\frac{4}{3}$ (B) $\frac{3}{4}$

(C) 4 (D) $\frac{3}{2}$

$\int_0^1 \int_0^2 xy^2 dy dx =$ _____.

(a) $\frac{4}{3}$ (b) $\frac{3}{4}$

(c) 4 (d) $\frac{3}{2}$

8. $\int_0^\infty e^{-x^2} dx =$ _____.

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(C) π (D) ∞

$$\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| (a) $\frac{\pi}{2}$ | (b) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ |
| (c) π | (d) ∞ |

9. $\sqrt{n+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$

- | | |
|---------|-----------|
| (A) n | (B) $n+1$ |
| (C) 1 | (D) $n!$ |

$$\sqrt{n+1} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- | | |
|---------|-----------|
| (a) n | (b) $n+1$ |
| (c) 1 | (d) $n!$ |

10. $\beta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| (A) $\frac{\pi}{2}$ | (B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ |
| (C) π | (D) $\sqrt{\pi}$ |

$$\beta\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

- | | |
|---------------------|----------------------------|
| (a) $\frac{\pi}{2}$ | (b) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$ |
| (c) π | (d) $\sqrt{\pi}$ |

PART B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

11. (அ) $y = c \cosh \frac{x}{c}$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம் அந்த வளைவரைக்கு x -அச்சுக்கும் இடைப்பட்ட செங்குத்து கோட்டின் நீளத்திற்கு சமம் எனக் காட்டுக.

Show that the radius of curvature of the curve $y = c \cosh \frac{x}{c}$ is equal to the length of the portion of the normal intercepted between the curve and the x -axis.

Or

- (ஆ) $y^2 = x^3 + 8$ என்ற வளைவரைக்கு $(-2, 0)$ என்ற புள்ளியில் வளைவு ஆரம் காண்க.

Find the radius of curvature $y^2 = x^3 + 8$ at $(-2, 0)$.

12. (அ) $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$ என்ற வளைவரையின் தொலைத் தொடுகோடுகள் காண்க.

Find the asymptotes of the curve $y^3 - 6xy^2 + 11x^2y - 6x^3 + x + y = 0$.

Or

(ஆ) $a + r \sin \theta = 0$ என்ற வளைவரையின் p-r சமன்பாட்டைக் காண்க.

Find the p-r equation of the curve $a + r \sin \theta = 0$.

13. (அ) $y^2(a^2 + x^2) = x^2(a^2 - x^2)$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $y^2(a^2 + x^2) = x^2(a^2 - x^2)$.

Or

(ஆ) $x^4 - 2ay^3 - 3a^2y^2 - 2a^2x^2 + a^4 = 0$ என்ற வளைவரையின் இரட்டைப் புள்ளிகளை ஆராய்க.

Examine the double points of the curve $x^4 - 2ay^3 - 3a^2y^2 - 2a^2x^2 + a^4 = 0$.

14. (அ) $x^2 + y^2 = a^2$ என்ற வட்டத்தின் மிகை கால் வட்டப்பகுதியில் $\iint xy dx dy$ என்பதன் மதிப்பு காண்க.

Find the value of $\iint xy dx dy$ taken over the positive quadrant of the circle $x^2 + y^2 = a^2$.

Or

(ஆ) $x^2 + y^2 \leq 1$ என்ற வட்டப்பகுதியில் $\iint x^2 y^2 dx dy$ -ஐக் கணக்கிடுக.

Evaluate $\iint x^2 y^2 dx dy$ over the circular area $x^2 + y^2 \leq 1$.

15. (அ) $\beta(m, n) = \int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$ என நிரூபி.

Prove that $\beta(m, n) = \int_0^{\infty} \frac{x^{m-1}}{(1+x)^{m+n}} dx$.

Or

(ஆ) $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$ என நிரூபி.

Prove that $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan \theta} d\theta = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$.

PART C — (5 × 8 = 40 marks)

Answer ALL questions, choosing either (a) or (b).

16. (அ) $x^4 + y^4 = 2$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரத்தை (1, 1) என்ற புள்ளியில் காண்க.

Find the radius of curvature of the curve $x^4 + y^4 = 2$ at the point (1, 1).

Or

(ஆ) $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ என்ற வளைவரையின் வளைவு ஆரம், $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ என்ற புள்ளியில் $3a \sin \theta \cos \theta$ என நிரூபி.

Prove that the Radius of Curvature at a point $(a \cos^3 \theta, a \sin^3 \theta)$ on the curve $x^{2/3} + y^{2/3} = a^{2/3}$ is $3a \sin \theta \cos \theta$.

17. (அ) $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ என்ற நீள்வட்டத்தின் p-r சமன்பாட்டைக் காண்க.

Find the p-r equation of the ellipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

Or

(ஆ) $x^3 - xy^2 + 6y^2 = 0$ என்ற வளைவரையின் தொலைத்தொடுகோடுகளைக் காண்க.

Find the asymptotes of the curve $x^3 - xy^2 + 6y^2 = 0$.

18. (அ) $y = (x-1)(x-2)(x-3)$ என்ற வளைவரையை வரைக.

Trace the curve $y = (x-1)(x-2)(x-3)$.

Or

- (ஆ) $(x+y)^3 = \sqrt{2}(y-x+2)^2$ என்ற வளைவரையின் தனித்த புள்ளிகளின் இயல்பைக் காண்க.

Find the nature of the singular points of the curve $(x+y)^3 = \sqrt{2}(y-x+2)^2$.

19. (அ) $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ என்ற கோளத்தின் மிகை எண் பகுதி வழியாக $\iiint xyz \, dxdydz$ -ஐ மதிப்பிடுக.

Evaluate $\iiint xyz \, dxdydz$ taken through the positive octant of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.

Or

- (ஆ) தொகையீட்டின் வரிசையை மாற்றி மதிப்பு காண்

$$\int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y} dy dx.$$

By changing the order of integration,

$$\text{evaluate } \int_0^\infty \int_x^\infty \frac{e^{-y}}{y} dy dx.$$

20. (அ) நிரூபி : $\beta(m, n) = \frac{\overline{(m)} \overline{(n)}}{\overline{(m+n)}}.$

Prove : $\beta(m, n) = \frac{\overline{(m)} \overline{(n)}}{\overline{(m+n)}}.$

Or

(ஆ) $2^{2n-1} \overline{(n)} \overline{\left(n + \frac{1}{2}\right)} = \overline{(2n)} \sqrt{\pi}$ என நிரூபி.

Prove that $2^{2n-1} \overline{(n)} \overline{\left(n + \frac{1}{2}\right)} = \overline{(2n)} \sqrt{\pi}.$
